

Análise comparativa de fundos de hedge brasileiros utilizando DEA e bootstrap

Felipe Piton da Silva (Escola Politécnica-USP) felipe.silva@poli.usp.br

Celma de Oliveira Ribeiro (Escola Politécnica-USP) celma@usp.br

Resumo

Este artigo mede a eficiência de fundos de hedge brasileiros através do DEA com procedimento de reamostragem (bootstrap). A comparação é especialmente interessante no caso de fundos de hedge devido à dificuldade em se estabelecerem índices de referência (benchmarks) para essa classe de fundos de investimento por eles possuírem estratégias de investimentos muito diversas. A análise é realizada utilizando-se uma série de aproximadamente 1500 retornos diários logarítmicos de 20 fundos de investimento brasileiros.

Palavras-chave: Data Envelopment Analysis; Fundos de hedge; Bootstrap.

1. Introdução

Fundos de hedge são fundos que adotam estratégias agressivas de investimentos, que em geral buscam retornos absolutos a longo prazo e não se baseiam em índices de referência. O mercado de fundos de hedge vem crescendo substancialmente no Brasil e no mundo, onde cada vez mais os investidores têm buscado retornos superiores ao CDI e aos índices de bolsa comumente utilizados como “benchmarks” (Ibovespa e IBrX). Os “benchmarks” também são utilizados para comparação de fundos através, por exemplo, de cálculo de retornos excessivos em relação ao índice, erro de rastreamento, índice de Sharpe, índice de Sortino, etc. O problema portanto passa a ser como ordenar esses fundos de investimento uma vez que não podemos nos basear em índices de referência.

Uma abordagem usual para construção desse ranking de fundos de hedge utiliza o DEA (Data Envelopment Analysis) para realização desse ordenamento. Com o DEA, determinam-se quais são os fundos 100% eficientes e como os outros fundos se comportam em relação a estes, em cada um dos critérios analisados. A abordagem utilizada nesse estudo considera retornos, variância e assimetria positiva como as saídas do modelo DEA e retornos, variância e assimetria negativa como entradas, como mostra a Tabela 1.

Entradas DEA	Saídas DEA
Média dos Retornos Negativos	Média dos Retornos Positivos
Volatilidade dos Retornos Negativos	Volatilidade dos Retornos Positivos
Assimetria dos Retornos Negativos	Assimetria dos Retornos Positivos

Tabela 1: Entradas e Saídas do modelo DEA

Encontramos comumente dois problemas utilizando-se do DEA para avaliação de performance de fundos: primeiramente, esse modelo não considera incerteza nos estimadores obtidos, ou seja, utiliza-se de estimadores pontuais. O outro problema é que não é raro que se encontrem muitos fundos com eficiência 100% após o processamento do DEA. E é visando sanar esses dois problemas do modelo que se utilizará a técnica de reamostragem. A proposta desse artigo é, portanto, analisar essa incerteza na determinação dessas eficiências, uma vez que, na realidade, cada uma desses “estimadores de eficiência” possui uma distribuição de probabilidade e possuímos apenas um conjunto de dados (correspondente à uma particular realização de um processo estocástico).

Esse artigo é dividido da seguinte maneira: a seção 2 apresenta uma abordagem conceitual que explica o modelo DEA e define a metodologia de reamostragem utilizada (o bootstrap); a seção 3 mostra como foram aplicados esses conceitos no problema e mostra como ficou o ranking dos fundos de hedge selecionados com os estimadores pontuais; a seção 4 mostra como fica o novo ranking introduzindo-se a incerteza e com as reamostragens obtidas via Bootstrap; a seção 5 apresenta as conclusões obtidas e a seção 6 apresenta a bibliografia utilizada.

2. DEA e Bootstrap

O DEA é uma metodologia que visa comparar a eficiência de entidades com relação a fatores pré-determinados. Em Engenharia de Produção, sua utilização é particularmente estimulada por se tratar de uma metodologia onde se mede a eficiência em que “entradas” são transformadas em “saídas”. Suas aplicações são vastas, como por exemplo em hospitais, universidades, organizações governamentais entre outros. Segundo o DEA, um indicador de eficiência global pode ser pensado como um quociente entre essas saídas e entradas ponderadas. O grau de ponderação das entradas e das saídas do sistema são exatamente as variáveis dos problemas de programação linear na qual a aplicação do DEA nos remete.

No modelo DEA utilizado, admitindo que desejamos comparar k entidades com relação à n “entradas” distintas e m “saídas” distintas, denotando por x_n a n -ésima “entrada” e por y_m a m -ésima “saída”, sendo u_n o peso da n -ésima “entrada” e v_m o peso da m -ésima “saída”, o modelo do DEA resolve, para cada uma das k entidades, o seguinte problema de programação linear nas variáveis u e v :

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i=1}^m v_{ik} y_{ik} \\ & \text{sa} \\ & \sum_{i=1}^m v_{ik} y_{ik} - \sum_{i=1}^n u_{ik} x_{ik} \leq 1 \\ & \sum_{i=1}^n u_{ik} x_{ik} = 1 \\ & u_{ik}, v_{ik} \geq 0 \\ & \forall k \in \{1, 2, 3, \dots, k\} \\ & i \in \{1, 2, 3, \dots, n\} \\ & j \in \{1, 2, 3, \dots, m\} \end{aligned}$$

A comparação das k entidades analisadas utilizando-se n entradas e m saídas pressupõe a resolução de k problemas de programação linear a $(m+m)$ variáveis e $(k+m+n+1)$ restrições.

O bootstrap é um método genérico para estimar variabilidade em estatística que foi criado em 1979 por Bradley Efron. O bootstrap é um modelo de reamostragem que utiliza simulação para calcular desvios padrões, intervalos de confiança e para realização de testes de significância em uma amostra. Efron em seu artigo de 1979 apresentou o bootstrap como abordagem ao cálculo de intervalos de confiança de parâmetros, em circunstâncias em que outras técnicas não são aplicáveis, em particular no caso em que o número de amostras é reduzido e/ou quando analiticamente a determinação de intervalos de confiança é muito complexa.

Esta técnica foi extrapolada para a resolução de muitos outros problemas de difícil resolução através de técnicas de análise estatística tradicionais (baseadas na hipótese de um elevado número de amostras). A técnica de bootstrap tenta realizar o que seria desejável realizar na prática, se tal fosse possível: repetir a experiência. As observações são escolhidas de forma aleatória e as estimativas recalculadas.

A idéia básica do bootstrap é que, uma vez que não se dispõe de toda a população de amostras (observações), deve-se fazer o melhor com o que se dispõe que é o conjunto amostra. A técnica de bootstrap trata a amostra observada como se esta representasse exatamente toda a população (conjunto de experiências, realizações, etc.), conforme mostrado no esquema a seguir:

- Seja $A = (A_1, \dots, A_n)$ uma amostra contendo n observações;
- Construir B amostras $A^*(1), \dots, A^*(B)$ independentes de comprimento N cada uma;
- Na terminologia de bootstrapping as B amostras independentes construídas a partir da população finita (A_1, \dots, A_n) corresponde a amostrar com substituição a partir do conjunto A .

3. Aplicação ao Problema

Foram coletados dados de 111 fundos de investimento do mercado brasileiro que foram considerados fundos de hedge, com históricos que variavam de 70 a 2080 dias. Foi selecionada uma amostra de 1449 cotas diárias (09/07/1999 a 11/04/2005) de 20 desses fundos por se considerar que possuíam históricos significativos e por serem também os 20 fundos de hedge brasileiros mais antigos e tradicionais do mercado.

A partir dessas cotas, calculou-se uma série de 1448 retornos logarítmicos ($\ln(P_t/P_{t-1})$) e, a partir dessa série de retornos logarítmicos, os valores das entradas e das saídas que foram utilizados no modelo (média, volatilidade e assimetria dos dados negativos como entradas e média, volatilidade e assimetria dos dados positivos como saídas), todos eles em módulo. Os dados calculados estão na Tabela 2 mostrada a seguir:

Fundo	Média Positiva	Volatilidade Positiva	Assimetria Positiva	Média Negativa	Volatilidade Negativa	Assimetria Negativa
Fundo 1	0,08%	0,06%	13,36	0,01%	0,07%	20,62
Fundo 2	0,12%	0,18%	4,43	0,04%	0,13%	8,16
Fundo 3	0,08%	0,07%	2,48	0,01%	0,06%	9,20
Fundo 4	0,09%	0,12%	10,55	0,02%	0,15%	16,62
Fundo 5	0,07%	0,06%	4,09	0,01%	0,03%	8,80
Fundo 6	0,10%	0,10%	1,89	0,02%	0,06%	5,77
Fundo 7	0,08%	0,08%	2,05	0,01%	0,04%	5,43
Fundo 8	0,13%	0,17%	3,57	0,04%	0,11%	6,93
Fundo 9	0,24%	0,39%	4,32	0,12%	0,30%	5,43
Fundo 10	0,10%	0,12%	4,22	0,03%	0,13%	8,91
Fundo 11	0,07%	0,04%	2,67	0,00%	0,04%	18,47
Fundo 12	0,07%	0,03%	1,42	0,00%	0,01%	18,73
Fundo 13	0,13%	0,16%	2,87	0,03%	0,10%	9,95
Fundo 14	0,11%	0,14%	2,85	0,03%	0,13%	9,42
Fundo 15	0,11%	0,14%	4,16	0,03%	0,12%	8,76
Fundo 16	0,14%	0,21%	4,16	0,05%	0,19%	8,72
Fundo 17	0,14%	0,22%	3,80	0,05%	0,17%	7,00
Fundo 18	0,07%	0,06%	4,48	0,00%	0,03%	18,30
Fundo 19	0,07%	0,03%	1,40	0,00%	0,01%	17,46
Fundo 20	0,13%	0,24%	9,23	0,04%	0,14%	7,21

Tabela 2: Valores das entradas e saídas

Após os cálculos das entradas e saídas, foi utilizado o DEA para o cálculo das “eficiências” de cada fundo de hedge com relação a esses critérios. Resolvendo os 20 problemas de programação linear a 6 variáveis e 28 restrições, foram encontrados os seguintes valores para as eficiências de cada um dos fundos de hedge:

Fundo	Eficiência	Ranking	Fundo	Eficiência	Ranking
Fundo 1	100,0%	1	Fundo 11	72,5%	11
Fundo 2	84,9%	7	Fundo 12	100,0%	1
Fundo 3	83,1%	8	Fundo 13	93,4%	4
Fundo 4	89,3%	6	Fundo 14	70,8%	12
Fundo 5	100,0%	1	Fundo 15	76,4%	10
Fundo 6	100,0%	1	Fundo 16	82,1%	9
Fundo 7	100,0%	1	Fundo 17	91,7%	5
Fundo 8	95,5%	3	Fundo 18	98,7%	2
Fundo 9	100,0%	1	Fundo 19	100,0%	1
Fundo 10	66,6%	13	Fundo 20	100,0%	1

Tabela 3: Eficiência calculada com o DEA

4. Inclusão de incerteza através do bootstrap

A análise dos resultados obtidos mostrou que, dos vinte fundos de hedge analisados, oito são DEA 100% eficientes. Isso mostra que, nesse período de análise que correspondente à essa particular realização de um processo estocástico e considerando como relevantes os 6 fatores (entradas e saídas) que já foram apresentados, quase a metade dos fundos apresentou-se de maneira 100% eficiente, o que impede que se seja feita qualquer comparação entre esses oito fundos.

Para contornar esse problema e também para se ter uma idéia da incerteza nesses resultados, foi utilizada a técnica de reamostragem para se ter uma idéia da variabilidade dessas medidas de eficiência, pois isso seria praticamente impossível de se obter analiticamente. Para utilização do bootstrap, foram retirados aleatoriamente e com reposição 3000 dados das séries de retornos logarítmicos diários de todos os fundos de hedge num processo de 500 reamostragens. Isso construiu para cada fundo de hedge 500 séries de 3000 retornos diários cada uma.

Um ponto importante de se ressaltar é que, para se manter a estrutura de correlação entre os diferentes fundos, para cada reamostragem realizada foram retirados os mesmos dados de todos os fundos. Na prática, isso quer dizer que o aleatório que era gerado entre 1 e 1448 era utilizado para cada um dos vinte fundos em cada uma das 500 reamostragens realizadas.

Para que se pudesse ter uma idéia de variabilidade das eficiências do DEA, para cada uma das reamostragens que foi feita o modelo de DEA foi executado uma vez. Isso significa que para que essa idéia de variabilidade nas eficiências pudesse ser alcançada, foram resolvidos $500 \times 20 = 10.000$ problemas de programação linear das mesmas dimensões do problema resolvido anteriormente.

As 10.000 eficiências foram calculadas e suas médias e seus coeficientes de variação (desvio-padrão/média) são apresentados na tabela 4 a seguir. Na última coluna está o ranking obtido pela aplicação do DEA sem o bootstrap para fim de comparação.

Fundo	Efic. Média	Coef. de Variação	Ranking DEA com Bootstrap	Ranking DEA	Fundo	Efic. Média	Coef. de Variação	Ranking DEA com Bootstrap	Ranking DEA
Fundo 1	0,942412	15,397%	8	1	Fundo 11	0,726779	13,472%	17	11
Fundo 2	0,851804	7,719%	13	7	Fundo 12	0,999998	0,004%	2	1
Fundo 3	0,815979	7,185%	14	8	Fundo 13	0,918219	8,833%	10	4
Fundo 4	0,881942	14,721%	12	6	Fundo 14	0,706552	8,877%	18	12
Fundo 5	0,993155	3,255%	5	1	Fundo 15	0,796768	11,325%	16	10
Fundo 6	0,976638	3,981%	6	1	Fundo 16	0,802887	10,247%	15	9
Fundo 7	0,999321	0,462%	3	1	Fundo 17	0,898152	9,154%	11	5
Fundo 8	0,925152	8,737%	9	3	Fundo 18	0,959561	6,776%	7	2
Fundo 9	1,000000	0,000%	1	1	Fundo 19	1,000000	0,000%	1	1
Fundo 10	0,684675	10,149%	19	13	Fundo 20	0,998007	1,424%	4	1

Tabela 5: Eficiências calculadas com bootstrap

5. Conclusões

Essa última tabela nos mostra quão importante foi o bootstrap no processo de comparação dos fundos de hedge. Com ele foi possível que quase todos os a priori DEA 100% eficientes apresentassem, em alguma das reamostragens, algum grau de ineficiência. Isso fez com que estes pudessem ser classificados de um modo significativamente melhor do que sem o Bootstrap.

Vale ressaltar que o DEA já havia sido usado anteriormente para se classificar Fundos de hedge e também já se haviam realizados experimentos utilizando bootstrap com DEA. O interessante nessa aplicação foi a junção de ambas aplicações, que pode ser de significativo interesse de instituições financeiras, gestores de recursos e gestores de fundos de fundos. É sem dúvida uma metodologia de Engenharia de Produção muito interessante para investidores que almejam retornos acima da média em seus investimentos, possuem pouco tempo ou não têm interesse em estudar o mercado financeiro.

6. Bibliografia utilizada

Seiford, L.M. and Zhu, Joe, An acceptance system decision rule with data envelopment analysis. *Computers and Operations Research*, Vol. 25, No. 4, (1998), 329-332.

Seiford, L.M. and Zhu, Joe, On piecewise loglinear and log efficiency measures. *Computers and Operations Research*, Vol. 25, No. 5, (1998), 389-395.

Zhu, Joe, and Z. Shen, A discussion of testing DMUs' returns to scale. *European Journal of Operational Research*, Vol. 81 (1995), 590-596.

Zhu, Joe, Data envelopment analysis with preference structure. *Journal of Operational Research Society*, Vol. 47 (1996), 136-150.

Zhu, Joe, Robustness of the efficient DMUs in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, Vol. 90, No. 3 (1996), 451-460.